

Nombre:

Curso:



UNIDAD: ALGEBRA
ÁLGEBRA Y FUNCIONES VIII

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO Y FUNCIÓN CUADRÁTICA (Repaso)

Una ecuación de **segundo grado** es una ecuación susceptible de llevar a la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con **a**, **b** y **c** coeficientes reales y **a** $\neq 0$.

El cálculo de las soluciones o raíces de esta ecuación, se realiza aplicando la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación esta se puede escribir como:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

Si x_1 y x_2 (son las soluciones o raíces) de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, entonces **siempre** se cumple que:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

EJEMPLO

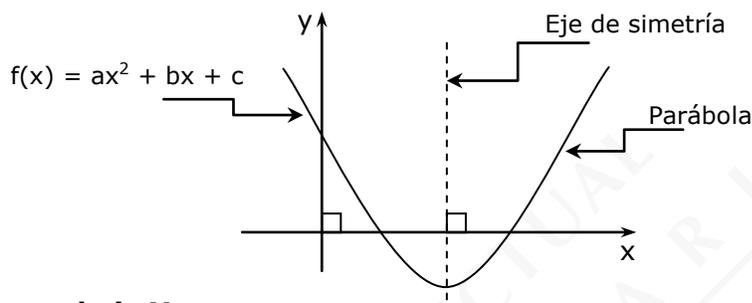
1. ¿Cuáles son las soluciones (o raíces) de la ecuación $2x^2 + 5x - 3 = 0$?

- A) $\frac{1}{2}$ y 3
- B) $\frac{1}{2}$ y -3
- C) $-\frac{1}{2}$ y 3
- D) $-\frac{1}{2}$ y -3
- E) 1 y -3

FUNCIÓN CUADRÁTICA

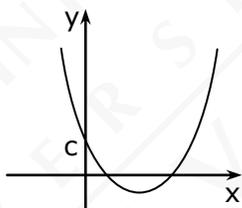
A la función de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$, siendo a, b, c coeficientes reales y $a \neq 0$ se le denomina **función cuadrática**.

La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**, simétrica con respecto a una recta paralela al eje de las ordenadas. Dicha recta recibe el nombre de **eje de simetría**.



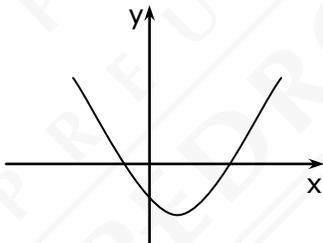
Intersección con el eje Y

La parábola asociada a la función $y = ax^2 + bx + c$ siempre interseca al eje de las ordenadas en $y = c$.

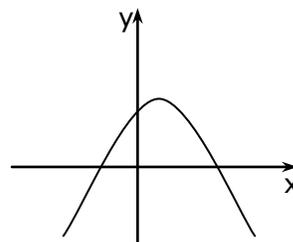


Concavidad: Es la abertura que tiene la parábola.

Si $a > 0$, la parábola tiene sus ramas hacia arriba.



Si $a < 0$, la parábola tiene sus ramas hacia abajo.



EJEMPLO

1. ¿Cuál de las siguientes funciones tiene como gráfica, una parábola cuya concavidad está orientada hacia abajo?

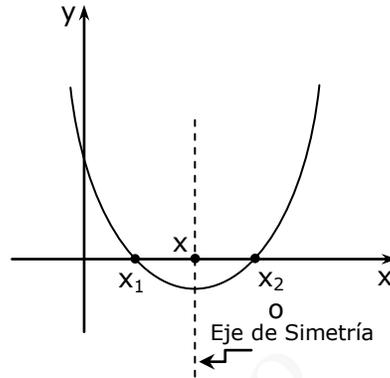
- A) $y = (10 - x)^2$
- B) $y = (10 + x)(10 - x)$
- C) $y = (x - 10)(10x - 1)$
- D) $y = 10(x - 1)^2$
- E) $y = 10(1 - x)^2$

Eje de Simetría

El eje de simetría de una parábola es una recta que divide a esta curva en dos "ramas" congruentes.

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$



Vértice de la Parábola

El vértice de la parábola es el punto de intersección de ésta con su eje de simetría.

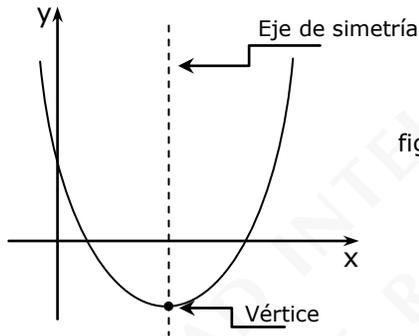


fig. 2

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$$

FUNCIONES DE LA FORMA

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

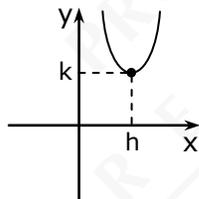


fig. 3

- * La parábola se traslada h unidades en el eje x (sentido opuesto) y k unidades en el eje y.
- * (h, k) corresponde a las coordenadas del vértice de la parábola.

EJEMPLOS

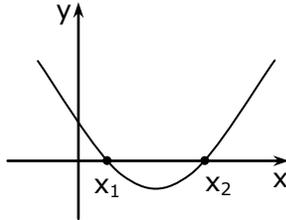
1. Con respecto a la parábola asociada a la ecuación $y = 2x^2 - 10x + 12$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **FALSA(S)**?

- I) El eje de simetría es paralelo al eje y.
- II) El eje de simetría es perpendicular al eje x.
- III) La ecuación del eje de simetría es $x = -\frac{5}{2}$.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de las anteriores

CEROS DE LA FUNCIÓN

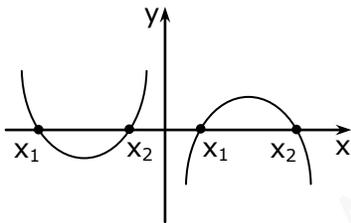
Los **ceros** (o raíces) de la función cuadrática son los valores x_1 y x_2 para los cuales $y = 0$.



DISCRIMINANTE

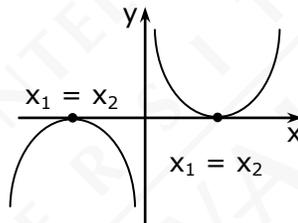
La expresión $b^2 - 4ac$ se denomina **discriminante**, pues determina la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática asociada a la función $y = ax^2 + bx + c$.

Si $b^2 - 4ac > 0$



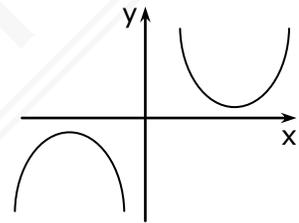
La parábola intersecta al eje x en dos puntos, por lo tanto tiene 2 soluciones (raíces reales distintas).

Si $b^2 - 4ac = 0$



La parábola es tangente al eje x , por lo tanto tiene sus soluciones idénticas (una única solución real).

Si $b^2 - 4ac < 0$



La parábola **no** intersecta al eje x , no tiene solución real.

EJEMPLO

1. ¿Cuál(es) de las siguientes funciones cuadráticas **NO** intersectan el eje de las abscisas?

- I) $f(x) = x^2 + 2x + 5$.
- II) $f(x) = 2x^2 - x + 1$.
- III) $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

EJERCICIOS

1. ¿Qué valores deben tener los coeficientes de la ecuación en x , $(a - 1)x^2 + (b + 3)x + c = 0$, para que sea de segundo grado?

- A) $a \neq 1$, $b = 3$ y $c = 0$
- B) $a = 1$, b y c , cualquier real.
- C) $a \neq 1$, b y c , cualquier real.
- D) $a \geq 1$, $b \neq 3$ y c , cualquier real.
- E) a , b y c , cualquier real.

2. ¿Qué valor debe tener k en la ecuación $3x^2 - 5kx - 2 = 0$, para que una de sus raíces sea -2 ?

- A) 0
- B) 1
- C) -1
- D) -4
- E) -20

3. La ecuación de segundo grado cuyas raíces son $\alpha = 2 + \sqrt{5}$ y $\beta = 2 - \sqrt{5}$, es

- A) $x^2 - 4x - 1 = 0$
- B) $x^2 - 4x + 1 = 0$
- C) $x^2 - 5x + 1 = 0$
- D) $x^2 - 5x - 1 = 0$
- E) ninguna de las anteriores.

4. Si $f(x) = x^2 + 3x - 4$, entonces el valor de $f(x + 1)$ es igual a

- A) $x^2 + 3x - 2$
- B) $x^2 + 5x - 3$
- C) $x^2 + 5x - 2$
- D) $x^2 + 5x$
- E) $x^2 + 3x$

(Fuente: DEMRE, 2013)

5. Si $f(x) = x^2 + mx + 6$ y $f(-4) = 2$, entonces m es igual a

- A) 5
- B) 3
- C) 2
- D) -2
- E) -3

6. Si $f(x) = x^2 - ax + 5ab - a^2$, entonces $f(b - a)$ es igual a

- A) $(a - b)^2$
- B) $(a + b)^2$
- C) $a^2 - b^2$
- D) $a^2 + b^2$
- E) $b^2 - a^2$

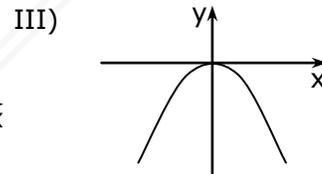
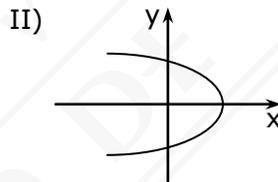
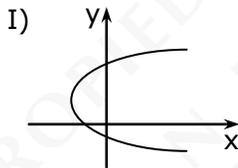
7. Si $f(x) = x^2 - 3x - 4$, y $g(x) = x - 4$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $f(0) \cdot g(0) = 0$
- II) $f(x) = g(x) \cdot (x + 1)$
- III) $g(3) + f(1) = -7$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

(Fuente: DEMRE, 2010)

8. De las gráficas siguientes, ¿cuál(es) de ellas pertenece(n) a una función cuadrática?



- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de ellas.

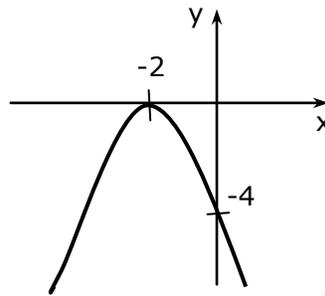
9. Respecto a la parábola asociada a la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x + c$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $c > 1$, no interseca al eje x .
- II) Si $c \neq 1$, siempre interseca al eje x .
- III) Si $c > 0$, siempre interseca al eje x .

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo I y III
- D) Solo II y III
- E) Ninguna de ellas.

10. ¿Cuál de las siguientes funciones representa mejor a la parábola de la figura adjunta?

- A) $f(x) = -(-x - 2)^2$
- B) $g(x) = -x^2 - 4$
- C) $h(x) = (-x - 2)^2$
- D) $m(x) = -(2 - x)^2$
- E) $n(x) = (-x + 2)^2$



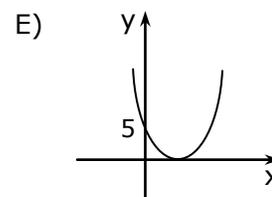
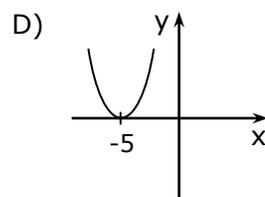
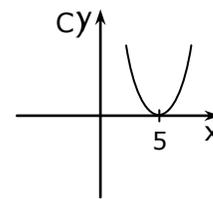
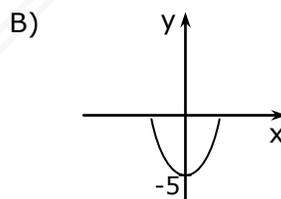
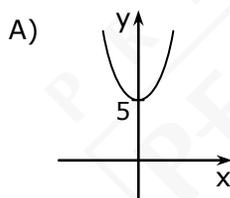
(Fuente: DEMRE, 2010)

11. Respecto a la parábola correspondiente a la función $f(x) = x^2 - 9x + 14$, ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I) Sus ceros son $x_1 = 7$ y $x_2 = 2$.
- II) Intersecta al eje y en $(0, 14)$.
- III) Su eje de simetría es $x = 4$.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

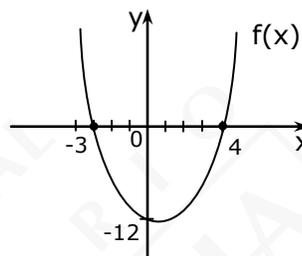
12. Si $f(x) = x^2 - 5$, su gráfico es



13. Con respecto al gráfico de la figura adjunta, ¿cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s)?

- I) El vértice de la parábola es (0, -12).
- II) $f(x) = x^2 - x - 12$.
- III) El eje de las ordenadas es el eje de simetría de la parábola.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III



14. Dadas las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{3}x^2$ y $h(x) = 3x^2$. ¿Cuál de las siguientes opciones es correcta?

- A) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
- B) $g\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right)$
- C) $f\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right)$
- D) $g\left(\frac{1}{3}\right) < h\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{3}\right)$
- E) $f\left(\frac{1}{3}\right) < g\left(\frac{1}{3}\right) = h\left(\frac{1}{3}\right)$

(Fuente: DEMRE, 2011)

15. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera(s), con respecto de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$?

- I) Si $a < 0$, entonces la gráfica de la función es una parábola que se abre hacia abajo.
- II) La gráfica de la función intersecta al eje de las ordenadas en el punto (0, c).
- III) Si $a = 0$, $b \neq 0$ y $c \neq 0$, entonces f es una función afín.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

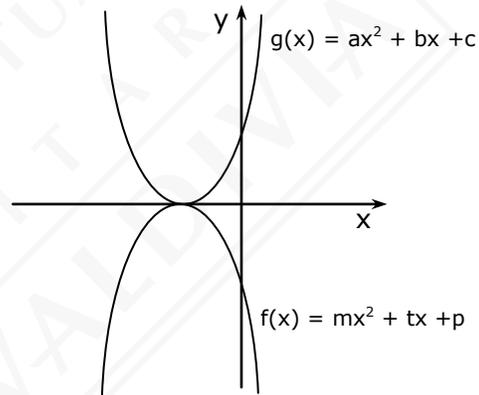
(Fuente: DEMRE, 2012)

16. Si f y g son dos funciones reales tales que $f(p) = p^2 + 3p$ y $g(p) = 3p - p^2$, entonces el valor de $f(-3) + g(-1)$ es
- A) -2
 B) -4
 C) -8
 D) -17
 E) -20

(Fuente: DEMRE, 2013)

17. En la figura adjunta se muestran dos parábolas de tal manera que una es la simétrica de la otra con respecto al eje x . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) $p + c = 0$
 II) $m > 0$ y $a < 0$.
 III) $g(-1) = -f(-1)$.



- A) Solo III
 B) Solo I y II
 C) Solo I y III
 D) Solo II y III
 E) I, II y III

(Fuente: DEMRE, 2013)

18. Juan tiene 11 cuadernos de los cuales unos son de tapa dura y los otros son de tapa blanda, donde la cantidad de cuadernos de tapa dura es mayor que la cantidad de cuadernos de tapa blanda. Si al multiplicar la cantidad de cuadernos con tapa dura con la cantidad de cuadernos con tapa blanda se obtiene 24, entonces una de las ecuaciones que permite determinar la cantidad de cuadernos de tapa dura (x), es

- A) $10x - 24 = 0$
 B) $x^2 - 11x + 24 = 0$
 C) $x^2 + 11x + 24 = 0$
 D) $x^2 + 13 = 0$
 E) $12x + 24 = 0$

(Fuente: DEMRE, 2012)

19. Si $f(x) = x^2 - x + 3$, entonces $f(1 - x)$ es igual a

- A) $x^2 - x + 3$
 B) $-x^2 + x$
 C) $x^2 + x + 3$
 D) $-x^2 + x + 3$
 E) $-x^2 - 3x + 3$

(Fuente: DEMRE, 2014)

20. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **FALSA**, con respecto a la función $f(x) = -(x^2 - 4)$, cuando x recorre todos los números reales?

- A) La función toma un valor máximo.
- B) Las ramas de la parábola asociada a la función se abren hacia abajo.
- C) La gráfica de la función intersecta al eje de las ordenadas en el punto $(0, -4)$.
- D) La gráfica de la función intersecta al eje de las abscisas en los puntos $(2, 0)$ y $(-2, 0)$.
- E) El eje de simetría de la gráfica de la función es el eje y .

(Fuente: DEMRE, 2014)

21. Las soluciones de la ecuación $3(x - 2)^2 = 7$, están representadas en

- A) $2 \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$
- B) $-2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- C) $2 \pm \sqrt{\frac{7}{3}}$
- D) $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$
- E) $\frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$

(Fuente: DEMRE, 2015)

22. ¿Cuál es el conjunto de todos los valores de p , para que la ecuación en x , $(x - p)^2 + 8p = 0$ tenga dos soluciones reales y distintas?

- A) $]0, +\infty[$
- B) $] -\infty, 0[$
- C) $] -\infty, 0]$
- D) $[0, +\infty[$
- E) \emptyset

(Fuente: DEMRE, 2016)

23. Sea la función f definida por $f(x) = x^2 + 2ax - 1$, con $a \neq 0$ y dominio el conjunto de los números reales. El valor de x donde la función alcanza su valor mínimo es
- A) -1
 - B) $3a^2 - 1$
 - C) a
 - D) $-a^2 - 1$
 - E) $-a$

(Fuente: DEMRE, 2015)

24. La gráfica de la parábola asociada a $f(x) = ax^2 - 2x + c$, es tangente el eje x , si:
- (1) $a \cdot c = 1$
 - (2) $a = 2$ y $c > 0$
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

25. El gráfico de la función $f(x) = x^2 - qx - 3$ es una parábola. Se puede determinar el valor de q , si se sabe que:
- (1) El gráfico de la parábola intersecta al eje x en el punto $(-1, 0)$.
 - (2) Su vértice es el punto $(1, -4)$.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

(Fuente: DEMRE, 2016)

**EJEMPLOS
RESPUESTAS**

Ejemplos Págs.	1
1	B
2	B
3	B
4	E

**EJERCICIOS
RESPUESTAS PÁGINA 5**

1. C	6. B	11. C	16. B	21. C
2. C	7. D	12. B	17. C	22. B
3. A	8. B	13. B	18. B	23. E
4. D	9. A	14. B	19. A	24. A
5. A	10. A	15. E	20. C	25. D

Revisa los módulos del Tema 8: Álgebra y funciones, módulo Ecuación de Segundo Grado y Función Cuadrática, en www.preupdvonline.cl

MC-20

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrovaldivia.cl/>